

# Zo leer je alle kinderen rekenen

---

## This is how one teaches all children arithmetic

### Samenvatting

In 2011 publiceerden van der Leeuw en Bosman een eerste verslag van een rekentraining op basis van de didactische principes van 'Zo leer je kinderen rekenen'. Die studie betrof de vooruitgang in de basisrekenvaardigheden die bewerkstelligd werd bij acht leerlingen van één school in Gelderland. Om de substantiële effecten die bij deze kleine groep werden gevonden te onderbouwen, worden in dit onderzoek de prestaties gepresenteerd van 50 leerlingen die deelnamen aan deze training van zes weken gebaseerd op de methodiek 'zo leer je kinderen rekenen'. Vier van de vijf deelnemende groepen betroffen leerlingen uit het regulier onderwijs, de vijfde was afkomstig uit het speciaal basisonderwijs. Bij alle 50 leerlingen verbeterden de rekenprestaties; de gemiddelde vooruitgang bleek 1.5 jaar. Voor aanvang van de training had 34% een (meer dan) voldoende rekenniveau en na afloop ervan bedroeg dit 78%. Deze cijfers zijn indrukwekkend gegeven het feit dat de training slechts een periode van zes weken betrof. Dit onderzoek laat andermaal zien dat systematisch en dagelijks oefenen noodzakelijk is om leerlingen de basisvaardigheden van het rekenen aan te leren. Maar belangrijker nog, vrijwel alle leerlingen zijn in staat om deze basisrekenvaardigheden te verwerven.

**Kernwoorden:** Rekenen, automatiseren, delay, dyscalculie

### Summary

In 2011 van der Leeuw en Bosman published their first report on an arithmetic training based on the didactical principles of 'How to teach children arithmetic'. The study pertained to the increase in arithmetic skills, that were obtained with eight children from a school in the Netherlands. To replicate the substantial gains that were found in this small group, the results of a larger study with 50 children taking part in a six-week training based on didactical principles of 'how to teach children arithmetic'. Four groups of children were recruited from regular education and one from special education. The arithmetic performance of all 50 children increased; the average gain was 1.5 year. Before the training only 34% of the children had (more than) sufficient arithmetic skills, whereas after the training it was 78%. These numbers are impressive given that the training only lasted six weeks. This study shows once more that it is necessary to teach basic arithmetic skills daily and systematically. More importantly, however, almost all children appear to be able to acquire basic arithmetic skills.

**Keywords:** Arithmetic, automisation, delay, dyscalculi.

### Over de auteur

Prof. dr. Anna M.T. Bosman is hoogleraar aan de Radboud Universiteit in Nijmegen en verbonden aan de opleiding Pedagogische Wetenschappen en Onderwijskunde en het Behavioural Science Institute ([www.annabosman.eu](http://www.annabosman.eu)). *E-mail:* [a.bosman@pwo.ru.nl](mailto:a.bosman@pwo.ru.nl).

## About the author

Dr. Anna M.T. Bosman is professor at Radboud University in Nijmegen in the Netherlands. She is affiliated with the school of Pedagogical and Educational Sciences and the Behavioural Science Institute ([www.annabosman.eu](http://www.annabosman.eu)). *E-mail*: [a.bosman@pwo.ru.nl](mailto:a.bosman@pwo.ru.nl).

## Inleiding

Desoete (2003) presenteert de negenjarige Maarten met een didactische leeftijd (DL) van 30 maanden. Zijn didactische leeftijdsequivalent (DLE) op een toets voor temporekenen bedraagt 13 maanden. Maarten wordt met zijn achterstand van 17 maanden aan het eind van groep 5 gediagnosticeerd met dyscalculie (p. 10).

De diagnose dyscalculie of rekenstoornis wordt volgens Desoete (2003) alleen gesteld als aan een aantal criteria wordt voldaan. De eerste is dat de leerling significant zwakker moet presteren op een rekentoets dan we op basis van zijn intelligentie (en of andere schoolse prestaties) zouden verwachten (het zogenaamde discrepantiecriterium). De tweede voorwaarde is dat er geen andere verklaring voor het rekenprobleem mag zijn, zoals een neurologische stoornis, lage intelligentie, slecht zien of de invoering van een nieuwe rekenmethode (exclusiecriterium). Een derde eis is dat de leerling heel veel achter moet zijn wat de rekenprestaties betreft (ernstcriterium); in Vlaanderen hanteert men veelal de voorwaarde behorende tot de 3% slechtst presterende leerlingen. Het vierde en laatste criterium betreft de hardnekkigheid van het probleem. Ondanks remediëring van ongeveer 6 maanden is er geen noemenswaardige vooruitgang geboekt (resistentiecriterium).

Wat mij altijd verbaasd heeft aan de reeks criteria voor dyscalculie (hetzelfde geldt overigens ook voor de diagnose dyslexie) is het ontbreken van het 'effectief onderwijs criterium'. Er zou eerst vastgesteld moeten worden of er wel effectief onderwijs is gegeven. Dat de meeste leerlingen wel het vereiste niveau hebben met de gehanteerde didaktiek is geen argument dat het onderwijs optimaal is. De leerlingen die het wel leren, leren mogelijk meer en beter als de didaktiek wel optimaal is. Dat dit wel degelijk tot de mogelijkheden behoort, blijkt uit het onderzoek naar de effectiviteit van de methodiek 'Zo leer je kinderen lezen en spellen' (Bosman, 2007). Hieruit is namelijk gebleken dat leerlingen van het speciaal onderwijs een lees- en spellingniveau kunnen halen dat vergelijkbaar is met dat van leerlingen in het regulier onderwijs. Deze adequate didaktiek laat zien dat vrijwel alle kinderen kunnen leren lezen en spellen en dat daarmee weinig tot geen dyslexiediagnoses meer gesteld hoeven te worden.

Dezelfde vraag kan gesteld worden ten aanzien van rekenen. Heeft Maarten dyscalculie of is de rekendidaktiek mogelijk inadequaar? Een belangrijke aanwijzing dat rekenachterstanden wel degelijk weggewerkt kunnen worden blijkt uit een eerdere publicatie waarin de effectiviteit van de rekendidactiek 'Zo leer je kinderen rekenen' centraal stond (van der Leeuw & Bosman, 2011). Een groep van acht leerlingen, waarvan er zeven een rekenachterstand hadden in de basisbewerkingen van gemiddeld 1.5 jaar kreeg zes weken onderwijs (30 lessen van 1 uur en 15 minuten) volgens de methodiek 'Zo leer je kinderen rekenen'. Vijf van de zeven leerlingen met een achterstand wisten die in deze periode volledig weg te werken, de andere twee leerlingen verbeterden hun niveau substantieel. De enige leerling uit groep 5 die geen achterstand had, bereikte binnen zes weken een rekenvaardigheid op het niveau van groep 8. Deze laatste bevinding laat zien dat met een

goede didactiek leerlingen sneller een hoger niveau kunnen bereiken.

### **Zo leer je kinderen rekenen**

Gedurende zijn 30-jarige carrière ontdekte Douwe Sikkes, leerkracht in het speciaal onderwijs, een aantal veel voorkomende rekenproblemen. Dit betrof met name het niet goed of niet vlot kunnen terugtellen (ook wel aangeduid met onvoldoende oriëntatie tot 100), problemen met de sprong over het 10- of 100-tal en een onvoldoende beheersing van de tafels. Als deze vaardigheden niet geautomatiseerd zijn, dan wordt het werkgeheugen overbelast wat op haar beurt weer leidt tot het niet soepel oplossen van rekenopgaven die meer vereisen dan louter basisvaardigheden.

Op basis van deze bevindingen schreef Sikkes in nauwe samenwerking met de orthopedagoog drs. Loe van der Leeuw de methodiek 'Zo leer je kinderen rekenen' ([www.zoleerjekinderenrekenen.nl](http://www.zoleerjekinderenrekenen.nl)). Deze didactiek is erop gericht om alle leerlingen de basisvaardigheden van het rekenen op een systematische wijze aan te leren. Onder de basisvaardigheden van het rekenen worden verstaan: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Vlot en goed kunnen optellen is belangrijk voor het uitrekenen van iets als de omtrek en een goede beheersing van de tafels is vereist voor het berekenen van onder andere de oppervlakte.

De uitgangspunten van de methodiek zijn uitgebreid beschreven in een eerder artikel (van der Leeuw & Bosman, 2011). Ik vat ze hier kort samen. Het eerste belangrijke kenmerk is de systematische opbouw die uitgaat van de volledige oriënteringsbasis. Dit betekent dat alvorens een nieuwe vaardigheid wordt aangeleerd, datgene dat voorwaardelijk is aan die nieuwe stap volledig beheerst dient te worden. Het tweede daaraan gerelateerde kenmerk is dat de leerlingen één strategie krijgen aangeboden, een strategie die bij alle sommen en bewerkingen tot de juiste uitkomst leidt. Het derde kenmerk is de herhaling. Tijdens het oefenen worden voorgaande stappen kort en snel herhaald. Herhaling zorgt namelijk voor automatisering. Een vierde uitgangspunt is groepswijze en directe instructie. Alle leerlingen doen met de instructie mee. De leerkracht geeft de instructie en oefent samen met de leerlingen. Zo fungeert de leerkracht als model. Dat betekent dat de leerkracht de vaardigheid voordoet en dat de leerlingen haar of hem nadoen.

Tijdens de gezamenlijke oefeningen zorgt de leerkracht ervoor dat elke leerling op haar of zijn niveau opdrachten krijgt. Door de dagelijkse interactie tussen leerkracht en leerlingen weet de leerkracht precies wat elke leerling wel weet en wat die nog moet leren. Een vijfde en laatste kenmerk dat hier wordt genoemd is het gebruik van de bal tijdens het klassikaal oefenen. De leerkracht noemt een vraagstuk, bijvoorbeeld, 15 erbij 12! Vervolgens noemt hij de naam van een leerling en werpt de bal naar die leerling. De leerling vangt de bal en geeft het antwoord op de som. Deze werkwijze zorgt ervoor dat alle leerlingen gaan nadenken over het antwoord, omdat ze mogelijk de bal toegeworpen krijgen en het vangen van de bal vergt concentratie waardoor de aandacht bij de les wordt gehouden. Bovendien vinden de leerlingen het een leuk spel wat het leerproces eveneens bevordert.<sup>2</sup>

De methodiek kan zowel preventief als remediërend ingezet worden. Preventief wil feitelijk zeggen dat elke rekendidactiek gebruik kan maken van de principes van 'Zo leer je kinderen rekenen' en wat remediatie betreft, kan gesteld worden dat leerlingen die een grote rekenachterstand hebben deze binnen een beperkte tijd weten weg te werken.

In het onderzoek van Van der Leeuw en Bosman (2011) en in het onderhavige werd gebruik

gemaakt van het didactische leeftijdsequivalent (DLE) als maat om de achterstand te bepalen. Deze uitkomstmaat is niet onomstreden en daarom wordt eerst aandacht besteed aan de keuze ervoor.

### Didactische leeftijd en DLE

Het Didactisch Leeftijd Equivalent (DLE) is gebaseerd op de didactische leeftijd (DL). De DL geeft het aantal maanden onderwijs aan dat een leerling heeft gevolgd. Aan het eind van groep 3 is de DL van de leerlingen 10 en halverwege groep 5 is dat 25 (een onderwijsjaar heeft 10 maanden). Aan het eind van de basisschool is de DL van de leerlingen die niet zijn blijven zitten 60. Het DLE is hiervan afgeleid en geeft de didactische leeftijd aan waarop een bepaalde score gemiddeld behaald wordt. We gaan uit van een leerling aan het begin van groep 6. Deze heeft normaal gesproken een DL van 31. Om te bepalen wat het DLE is die bij deze door de leerling behaalde testscore hoort, wordt nagegaan bij welke DL de testscore gemiddeld hoort. Als deze leerling een DLE heeft van 21, dan komt de testscore overeen met een prestatie die een gemiddelde leerling begin groep 5 haalt, waarmee de leerachterstand van deze leerling een schooljaar (10 maanden) bedraagt. Een leerling kan ook een hoger DLE halen. Als dezelfde leerling met een DL van 31 een testscore heeft die correspondeert met een DL van 41, dan presteert deze leerling op het niveau van een gemiddelde leerling uit beginniveau groep 7.

Het gebruik van DLE's werd in Nederland in 1977 geïntroduceerd door van der Leij en Struiksma en werd door met name Melis verder ontwikkeld in het zogenaamde SAVU-leerlingvolgsysteem dat in het werkveld in een grote behoefte voorzag (zie de Vos, 2012). In 1990 bekritiseerden Oud en Mommers het gebruik van DLE's. Hun belangrijkste bezwaar was dat DLE's ongeschikt zijn om leerlingen onderling te vergelijken. In zijn repliek, gaf Melis aan dat het niet gaat om de vergelijking met anderen. De discussie verstomde totdat Evers en Resing in 2007 tien bezwaren formuleerden tegen het gebruik van DLE's. Opnieuw werd hierop door Melis en collega's op gereageerd (Melis, Oosterveld & Schokker, 2012a, 2012b). Het is hier niet de plaats om diep op de discussie in te gaan, maar ik verwijs de geïnteresseerde lezer graag naar de artikelen van de voor- en tegenstanders. Mijn conclusie uit deze discussie is dat bezwaren tegen het gebruik van DLE's niet fundamenteleler zijn dan die tegen de toepassing van standaardcores voor zowel onderzoek als onderwijs.

In het hieronder gepresenteerde onderzoek worden DLE's niet gebruikt om leerlingen met elkaar te vergelijken. Het gaat uitsluitend om de vergelijking van de leerling met zichzelf. De prestaties van elke leerling worden direct voor deelname aan de interventie vastgesteld en onmiddellijk daarna. Stel dat DLE's onbetrouwbaar *zouden* zijn, dan is dat alleen maar in het nadeel en zeker niet in het voordeel van de toets die hier wordt uitgevoerd.

Voor het onderwijs verschaft een DLE meer inzicht dan een Cito-score. Als een leerling zijn gehele schoolcarrière een E-niveau heeft voor rekenen (bij de 10% slechts scorende leerlingen) dan is het niet duidelijk of de leerling toch vooruitgang vertoont en zo ja hoeveel. Een DLE geeft daarin meteen inzicht. Een leerling die in Groep 5 een jaar achterstand heeft, heeft een DLE van 20. Stel dat die leerling in Groep 8 nog altijd een jaar achterstand heeft, dan heeft deze drie jaar later een DLE van 50. Ondanks dat de leerling de opgelopen achterstand in Groep 4 niet heeft weggewerkt, is deze niet verder opgelopen; de leerling heeft dus gestaag bijgeleerd. Op basis van een Cito E-score kan dit niet worden vastgesteld.

## De huidige studie

In deze studie wordt gerapporteerd over een replicatie van de effecten van de methodiek 'Zo leer je kinderen rekenen' bij een grotere groep leerlingen ( $n = 50$ ) uit het regulier en speciaal basisonderwijs. Het belangrijkste doel is aan te tonen dat de resultaten van het eerdere onderzoek niet op toeval zijn gebaseerd. Een tweede doel is om te laten zien dat een goede rekendidactiek effectief is voor zowel leerlingen met als leerlingen zonder achterstand. Ten slotte wordt er ook gekeken naar de individuele ontwikkeling van de leerlingen die hebben deelgenomen.

## Methode

### Deelnemers

Dit onderzoek betrof 50 leerlingen afkomstig van vijf verschillende scholen in de regio Gelderland. De Scholen 1-4 waren scholen voor regulier basisonderwijs, School 5 was een school voor speciaal basisonderwijs. In Tabel 1 staan de aantallen leerlingen per groep, de groepen en de periode waarin de training plaatsvond. De leerkracht selecteerde de leerlingen voor deelname aan de experimentele rekenlessen. De meeste leerlingen hadden enige of een substantiële rekenachterstand (gedefinieerd als drie maanden achterlopen). De leerlingen zonder achterstand namen deel aan de rekenlessen omdat de leerkracht van mening was dat deze leerlingen de extra ondersteuning goed konden gebruiken of omdat de volledige groep deelnam.

TABEL 1. Overzicht de deelnemers.

School	Type	N	Groep	Periode	
1	regulier	7	5, 6 en 8	25-1-2010	17-3-2010
2	regulier	9	8	1-11-2010	13-1-2011
3	regulier	9	5	21-11-2011	3-2-2012
4	regulier	15	5	30-8-2011	11-10-2011
5	speciaal basisonderwijs	10	diverse niveaus	23-2-2011	13-4-2011

### Materiaal<sup>3</sup>

In dit onderzoek werd gebruikt gemaakt van de Tempotoets Rekenen (de Vos, 1987). Met deze toets wordt de mate van automatisering bepaald van de basisbewerkingen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, van sommen tot 100. De test is opgebouwd uit vijf kolommen van 50 sommen. De eerste kolom bevat optelsommen, de volgende aftreksommen, de derde keersommen, de vierde deelsommen en de laatste is een combinatie van deze vier bewerkingen. Per kolom krijgt de leerling drie minuten om zoveel mogelijk sommen te maken. De toets levert per bewerking een score op en een totaalscore die omgezet worden in een DLE-score.

## Procedure

Op de Scholen, 1, 2, 3 en 5 werden de rekenlessen gegeven door de heer Douwe Sikkes. Op School 4 werden de lessen verzorgd door de heer Berrie van den Bovenkamp, die zijn eigen klas les gaf. De lessen vonden plaats in de ochtend gedurende een periode van 6 schoolweken; dat wil zeggen dat er precies 30 dagen aaneengesloten (exclusief vakanties) rekenonderwijs is verzorgd op de betreffende scholen. Elke rekenles duurde ongeveer 75 minuten. Het eerste deel van de les bestond uit interactief en klassikaal oefenen van een grote reeks sommen waarbij gebruik gemaakt werd van de bal (ca. 25 minuten), vervolgens kregen de leerlingen instructie van nieuwe stappen (ca. 15 minuten), om ten slotte de rest van de tijd via schriftelijke verwerking te rekenen aan sommen (ca. 35 minuten). Een week voordat de rekenlessen begonnen en de week nadat deze waren afgerond, werd bij alle leerlingen de Tempotest Rekenen afgenomen.

## Resultaten

De bevindingen zullen in drie delen worden gepresenteerd. Eerst wordt de gemiddelde vooruitgang op alle scholen besproken, daarna wordt getoetst of er een verschil is in vooruitgang tussen kinderen met en kinderen zonder achterstand. Ten slotte zullen de individuele scores op de toetsen worden toegelicht.

### Gemiddelde vooruitgang op alle scholen

Om te bepalen of alle scholen evenveel vooruit zijn gegaan op de Tempotoets Rekenen werd een variantieanalyse met herhaalde metingen uitgevoerd. De afhankelijke variabelen zijn de mate van achterstand/voorsprong op de voor- en natoets. Deze worden bepaald door het verschil te bepalen tussen de DLE's en de DL's. School was de tussenproefpersoon factor (5) en toets (2) de herhaalde meting. De gemiddelde verschillen van elke school op de toetsen staan in Tabel 2. Een negatieve gemiddelde score duidt op een achterstand en een positieve op een voorsprong.

TABEL 2. Gemiddelde verschillen tussen DLE en DL in maanden op voor- en natoets.

	1	2	3	4	5	Totaal
<b>Voortoets</b>						
<i>Gem</i>	-9	-17	-3	0	-21	-9
<i>SD</i>	7.0	8.4	7.7	2.4	10.1	11.0
<b>Natoets</b>						
<i>Gem</i>	9	6	12	13	-10	7
<i>SD</i>	15.2	11.3	14.5	12.1	13.3	15.2
<b>Toename</b>						
<i>Gem</i>	<b>18</b>	<b>23</b>	<b>15</b>	<b>13</b>	<b>11</b>	<b>16</b>
<i>SD</i>	12.1	5.7	8.2	10.1	8.5	9.6

*Noot.* Een negatieve score duidt op een achterstand en een positieve op een voorsprong.

De analyse op de scores van de Tempotoets Rekenen liet zien dat het interactie-effect tussen school en toets niet significant was,  $F(4, 45) = 2.39$ ,  $p < .10$ ,  $\eta^2 = .18$ . Het hoofdeffect van toets was dat wel,  $F(1, 45) = 146.15$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2 = .77$ . De gemiddelde DLE-scores van de leerlingen na de training waren gemiddeld 16 maanden hoger dan voor de training. In een periode van zes weken hebben deze leerlingen dus gemiddeld 1.5 jaar ingehaald (NB. In het DLE-systeem is 10 maanden gelijk aan een jaar). Omdat de interactie niet significant was, kan geconcludeerd worden dat alle scholen even veel vooruit zijn gegaan.

Dat het hoofdeffect van school significant was, is geen verrassing,  $F(4, 45) = 9.14$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2 = .45$ . Het niveau van de groepen dat deelnam aan de rekentraining liep immers sterk uiteen (5 tot 8). Leerlingen uit lagere groepen haalden *gemiddeld* een lagere score op de Tempotoets Rekenen dan leerlingen uit hogere groepen.

Op alle scholen was de leerwinst zeer groot. Op School 2 was deze twee jaar en drie maanden (leerlingen uit Groep 8). Op School 4, de enige school waar de lessen werden gegeven door de groepsleerkracht (begin Groep 5), Berrie van den Bovenkamp, was de gemiddelde leerwinst ruim een jaar. Niet alleen toont dit aan dat de methodiek niet afhankelijk is van de ontwerper Douwe Sikkes, het laat ook zien dat leerlingen zonder achterstand (de enige school waar de leerlingen op niveau waren) met een goede didactiek veel meer kunnen leren dan van hen verwacht wordt. Deze veronderstelling wordt ondersteund door de prestaties van de leerlingen van School 2. Zij wisten een achterstand van ruim 2 jaar in 6 weken om te zetten in een voorsprong van 6 maanden.

Een ander belangrijk resultaat wordt geboekt door de leerlingen op School 5, een school voor speciaal basisonderwijs. Zij halveerden hun achterstand met gemiddeld 11 maanden. Dit is een duidelijke aanwijzing dat zelfs leerlingen met een substantiële achterstand (21 maanden) in staat zijn om deze in een korte periode te verminderen.

### Vooruitgang met of zonder rekenachterstand

Deze analyse betrof de vraag of leerlingen met een rekenachterstand, gedefinieerd als 3 of meer DLE achterstand evenveel vooruitgang boeken als leerlingen zonder rekenachterstand. Er werd een variantieanalyse uitgevoerd op de toename in DLE's met Rekenachterstand (wel of geen) als factor. De resultaten staan weergegeven in Tabel 3.

TABEL 3. Gemiddelde verschillen tussen DLE en DL in maanden op voor- en natoets

	Aantal	Voortoets	Natoets	Toename
Met achterstand	33			
<i>Gem.</i>		-14.3	.9	15.2
<i>SD</i>		9.6	13.3	9.7
Zonder achterstand	17			
<i>Gem.</i>		1.3	17.7	16.4
<i>SD</i>		3.8	12.4	9.7

*Noot.* Een negatieve score duidt op een achterstand en een positieve op een voorsprong.

Het hoofdeffect van Rekenachterstand was niet significant,  $F(1, 48) = 0.16$ ,  $p = .69$ . Dat wil zeggen dat leerlingen met een achterstand van 3 of meer DLE net zoveel vooruitgaan als leerlingen zonder die achterstand. De extra rekenlessen zijn dus even effectief voor

leerlingen zonder als leerlingen met een rekenachterstand. Beide groepen gaan gemiddeld 1.5 jaar vooruit. Concreet betekent dit dat leerlingen die bij aanvang op niveau zaten in zes weken een voorsprong hebben weten te behalen van 1 jaar en 6 maanden. De leerlingen met een rekenachterstand hebben gemiddeld genomen hun achterstand weggewerkt. Hoe dit voor de individuele leerling uitpakt wordt verderop beschreven.

Uit Tabel 4 wordt duidelijk dat voor de rekenlessen slechts 34% een gewenst rekenniveau had (op niveau of voorsprong), terwijl dit percentage na afloop ervan 78% bedroeg. Voor de rekenlessen had 66% een achterstand had en na de lessen had 64% een voorsprong.

TABEL 4. Niveau van de leerlingen in aantallen en percentages.

	Voor de rekenlessen		Na de rekenlessen	
Achterstand	33	66%	11	22%
Op niveau	12	24%	7	14%
Voorsprong	5	10%	32	64%

Tabel 5 laat zien dat 16 leerlingen zich vanuit een achterstand naar een voorsprong wisten te verbeteren en dat de gemiddelde toename in rekenvaardigheid ruim 2 jaar bedroeg. Drie van deze leerlingen zaten op het speciaal basisonderwijs, waarvan de absolute sterstudent op die school een toename liet zien van 33 maanden (zie Tabel 6). Elf leerlingen hadden een achterstand en hebben die nog steeds na afloop van de rekenlessen, maar de achterstand is gemiddeld genomen met bijna 9 maanden ingelopen. De meeste leerlingen (7 van de 11) die hun achterstand niet inhaalden waren afkomstig van School 5, de school voor speciaal basisonderwijs.

TABEL 5. Gemiddelde DLE toename per niveau. Tussen haakjes het aantal leerlingen

	Na de training		
	<i>Achterstand</i>	<i>Op niveau</i>	<i>Voorsprong</i>
<b>Voor de training</b>			
<i>Achterstand</i>	8.6 (11)	10.8 (6)	21.3 (16)
<i>Op niveau</i>		4.0 (1)	13.3 (11)
<i>Voorsprong</i>			25.6 (5)

### Individuele verschillen

In Tabel 6 staan de individuele DLE-scores van alle deelnemende leerlingen van voor en na de interventie. Er wordt tevens aangegeven welke leerlingen een achterstand hadden, een score op niveau of een score die een voorsprong aanduiden. Een achterstand werd gedefinieerd als 3 DLE lager dan de DL, een voorsprong met 3 DLE hoger dan de DL en op niveau was een score tussen -2 DLE en +2 DLE afwijkend van de DL.

Er bestaan zeer grote verschillen in de mate waarin de leerlingen vooruitgang boeken. Alle leerlingen boekten vooruitgang. De geringste vooruitgang werd geboekt door Leerling A van School 4 (2 maanden) en de grootste door Leerling O van School 4. Met een didactische leeftijd van 20 en een DLE van 24 aan het begin van de lessen wist deze leerling een DLE te bereiken van 68 na afloop ervan. De toename in DLE van 44 laat zien dat deze leerling uit



begin Groep 5 in slechts 6 weken de rekenvaardigheid van basisbewerkingen heeft verworven van dat van een leerling in het eerste jaar van het voortgezet onderwijs. Een andere opvallende score is Leerling J van School 5, de school voor speciaal onderwijs. Deze leerling had een achterstand van 28 maanden en na zes weken een voorsprong van 5 maanden.

Op School 2 hebben 9 van de 11 leerlingen (C t/m I) hun achterstand van ruim een jaar in een voorsprong van ruim een jaar weten om te zetten. De overige twee leerlingen hebben een vooruitgang geboekt van ruim een jaar waardoor ze hun achterstand van twee respectievelijk drie jaar naar een jaar respectievelijk 1.5 jaar hebben weten terug te brengen.

TABEL 6. DLE-DL scores per leerling, per school op de Tempotoets Rekenen.

DL*	Leerling	Voor	Na	Toename	DL	Leerling	Voor	Na	Toename
<b>School 1</b>					<b>School 4</b>				
35	A	-13	-10	3	20	A	-3	-1	2
35	B	-7	-4	3	20	B	-4	-1	3
35	C	-9	4	13	20	C	-3	4	7
35	D	-1	21	22	20	D	-2	6	8
55	E	-22	1	23	20	E	0	9	9
35	F	-7	21	28	20	F	0	9	9
25	G	-3	31	34	20	G	-2	8	10
<b>School 2</b>					20	H	0	11	11
54	A	-24	-9	15	20	I	-1	11	12
54	B	-31	-15	16	20	J	1	14	13
54	C	-7	14	21	20	K	0	15	15
54	D	-7	14	21	20	L	1	17	16
54	E	-21	2	23	20	M	3	21	18
54	F	-10	14	24	20	N	3	26	23
54	G	-13	14	27	20	O	4	48	44
54	H	-14	14	28	<b>School 5</b>				
54	I	-23	10	33	36	A	-34	-29	5
<b>School 3</b>					36	B	-27	-22	5
24	A	-2	2	4	46	C	-24	-19	5
24	B	-8	-2	6	36	D	-16	-10	6
24	C	-7	1	8	36	E	-20	-10	10
24	D	-7	6	13	46	F	-30	-19	11
24	E	3	16	13	26	G	-6	6	12
24	F	-11	3	14	26	H	-3	11	14
24	G	-6	13	19	36	I	-24	-8	16
24	H	1	22	21	46	J	-28	5	33
24	I	14	44	30					

\* De DL bij aanvang van de interventie. *Noot.* Lichtgrijs gearceerd betekent een achterstand van 3 of meer DLE en diagonaal gearceerd betekent een voorsprong van 3 of meer DLE, niet gearceerd betekent dat de leerling op niveau presteerden. Een negatieve score wijst op een achterstand en een positieve op een voorsprong.

## Conclusie

Het eerste doel van deze studie was om de resultaten van een eerdere veel kleinere studie (8 leerlingen) te repliceren. In Van der Leeuw en Bosman (2011) werd een gemiddelde vooruitgang geboekt van twee jaar bij leerlingen uit de groepen 7 en 8. In deze studie werd deze inhaalslag bereikt door School 2, uitsluitend leerlingen van Groep 8. De gemiddelde toename in deze studie was 1.5 jaar. De resultaten van het huidige onderzoek met 50 leerlingen laten andermaal zien dat er een substantiële vooruitgang geboekt kan worden in de basisrekenvaardigheid door toepassing van de methodiek 'Zo leer je kinderen rekenen'.

Een tweede belangrijk vraag was in hoeverre leerlingen met een rekenachterstand evenveel profiteren als leerlingen zonder. Daarover laat deze studie evenmin twijfel bestaan. Leerlingen met een achterstand gaan evenveel vooruit als leerlingen zonder achterstand. Leerlingen zonder achterstand zetten hun niveau in zes weken om in een voorsprong van ruim een jaar. Gemiddeld genomen hebben de leerlingen met een achterstand deze in zes weken weggewerkt. Slechts 11 leerlingen is dit niet gelukt, waarvan er 7 op het speciaal onderwijs zitten. Desalniettemin is hun achterstand met bijna een jaar afgenomen. Het feit dat ook leerlingen zonder achterstand een enorme vooruitgang kunnen boeken, laat zien dat we er niet op moeten vertrouwen dat een bestaande aanpak voldoet. Er blijkt behoorlijke winst te behalen door een effectieve methodiek toe te passen.

Een derde doel van dit onderzoek was om individuele verschillen in kaart te brengen. De methodiek laat zien dat alle leerlingen vooruitgaan, maar dat de variatie waarin vooruitgang wordt geboekt zeer groot is; de standaardafwijking was bijna 10 maanden. De geringste vooruitgang is 2 maanden en de grootste is 44 maanden. De leerling met de grootste leerwinst zat op een school waar de leerlingen gemiddeld genomen geen achterstand, maar ook geen voorsprong hadden (School 4 begin Groep 5). Leerling O had voor aanvang van de interventie een voorsprong van vier maanden. Binnen zes weken had deze leerling een niveau dat hoort bij een leerling aan het eind van Groep 8. Ook in van der Leeuw en Bosman behaalde een Groep-5 leerling in zes weken het eindniveau. Dit is een ander bewijs dat een leerling met enig talent voor rekenen in zeer korte tijd een vaardigheidsniveau weet te bereiken dat vier jaar hoger ligt.

### Dyscalculie?

Ik keer terug naar onze 9-jarige Maarten uit de inleiding die een rekenachterstand heeft van 17 maanden en de diagnose dyscalculie heeft gekregen. Hoewel we niet veel van hem weten, stelt Desoete (2003) dat Maarten dyscalculie heeft. Dit betekent dus dat Maarten voldoet aan de vier in de inleiding besproken criteria. Wat betekent dat voor de leerlingen in deze studie?

Om aan het discrepantiecriterium te voldoen, wordt verondersteld dat de basisrekenvaardigheden onverwacht laag zijn, omdat intelligentie en andere schoolse vaardigheden op niveau zijn.<sup>4</sup> De informatie over de deelnemers van deze studie is onvoldoende om vast te stellen of de leerlingen met een rekenachterstand aan dit criterium voldoen, maar het is zeer waarschijnlijk dat de meeste leerlingen op de Scholen 1-4 een normale of bovennormale intelligentie hebben. Dus voldoet een belangrijk deel aan het discrepantiecriterium. Wat het exclusiecriterium betreft zal ook de meerderheid van de leerlingen op de reguliere Scholen 1-4 daaraan voldoen; er zullen geen belangrijke andere verklaringen voor de achterstand zijn. Een groot deel van de leerlingen voldoet ook aan het

ernstcriterium, een substantiële achterstand in rekenvaardigheid. Stel dat we een jaar achterstand als een ernstige achterstand beschouwen, dan voldeed 25% van de leerlingen ( $n = 10$ ) uit het regulier onderwijs bij aanvang van de interventie aan het ernstcriterium.

Als ten slotte het resistentiecriterium wordt gehanteerd dan zien we een ander patroon. Het resistentiecriterium is hier immers getest. Van de 10 leerlingen die aan het ernstcriterium voldeden, bleken er zeven hun achterstand te hebben weggewerkt of zelfs tot een voorsprong te hebben uitgebouwd, en nog eens twee hadden hun achterstand met meer dan een jaar verkleind. In plaats van een half jaar remediatie om vast te stellen of een leerling gevoelig is voor extra instructie en oefening, kan een effectieve methodiek dat in zes weken bepalen. Bovendien heeft de methodiek laten zien dat leerlingen die op niveau lijken te zitten, feitelijk veel beter kunnen presteren. Met andere woorden, veel leerlingen blijken onderpresteerd te zijn.

Deze studie laat zien dat er eerst nagegaan zou moeten worden in hoeverre de rekeninterventie 'Zo leer je kinderen rekenen' de rekenprestaties van Maarten positief kan beïnvloeden alvorens hem de diagnose dyscalculie op te plakken. Anders gezegd, als het vijfde criterium, het "effectief onderwijscriterium", toegevoegd wordt, dan is de kans groot dat de meerderheid van de leerlingen verlost wordt van een onterecht toegekende rekenstoornis. Belangrijker nog, deze leerlingen zullen dan ook daadwerkelijk beter leren rekenen. Butterworth's (2005) veronderstelling dat zo'n 6% van de basisschoolleerlingen dyscalculie of een rekenstoornis heeft, lijkt daarmee op losse schroeven te staan. NB. Van Luit (2010) gaat overigens uit van een veel lager percentage, namelijk 2-3%.

### **Praktische implicaties**

Uit het voorgaande lijkt afgeleid te kunnen worden dat het met name de didaktiek is die rekenproblemen veroorzaakt en niet zozeer de specifieke kenmerken van leerlingen. Reeds in 1983 wezen Vedder en Koster erop dat het onderwijs als oorzaak van rekenproblemen gezien moest worden. Een goede didaktiek moet er voor zorgen dat alle leerlingen vooruit gaan en dat er geen Mattheuseffect ontstaat (Bodovski & Farkas, 2007; Stanovich, 1986). Het Mattheuseffect verwijst naar het verschijnsel dat goede leerlingen alsmaar beter worden en zwakke alsmaar slechter. De rekendidactiek 'Zo leer je kinderen rekenen' laat zien dat het Mattheuseffect niet hoeft te ontstaan en dat er spectaculaire vorderingen mogelijk zijn. Voor de praktijk is het belangrijk te weten dat wanneer het Mattheuseffect optreedt, dit aangeeft dat de gehanteerde didaktiek niet optimaal is.

Zo leer je kinderen rekenen is gebaseerd op het directe instructiemodel (e.g., Leenders, Naafs, & Van den Oord, 2002; Magliaro, Lockee, & Burton, 2005; Veenman, 1998). Volgens het directe instructiemodel is de leerkracht het model en de leerlingen doen hem na. Elke les begint met gezamenlijk (is klassikaal) oefenen en automatiseren van dat wat al geleerd is. Daarna vindt instructie van een nieuwe stap plaats gevolgd door klassikaal oefenen. De les sluit af met het individueel maken van werkbladen. Voor een goed gestroomlijnde rekenles is het belangrijk dat de leerkracht:

- kennis en inzicht heeft in de opbouw van de methodiek. Deze kent de volgorde van de stappen;
- tijdens het oefenen de juiste sommen voor de juiste leerlingen snel weet te bedenken en te noemen;
- tijdens de les rekening houdt met verschillen tussen leerlingen.

Directe instructie is de meest effectieve didactiek voor het leren van de basisvaardigheden van het lezen, spellen en rekenen. Hattie (2008) heeft daarvoor overtuigend bewijs geleverd in zijn overzicht van 800 meta-analyses. Hij laat zien dat de leerkracht er toe doet: *The Power of Teachers*. Voor de praktijk is het interessant te weten dat er in 2013 een Nederlandse vertaling is verschenen bij Bazalt Educatieve Uitgaven onder de titel 'Leren zichtbaar maken'. Een ander zeer bruikbaar werk dat hierop aansluit is het door Marcel Schmeier (2015) bewerkte boek 'Expliciete Directe Instructie' van Hollingsworth en Ybarra. Hierin staat een groot aantal concrete stappen die leiden tot effectief onderwijs en minder uitval van leerlingen. Deze aanpak sluit naadloos aan bij de werkwijze van Sikkes. Ten slotte, de methodiek van Sikkes en van der Leeuw (verkrijgbaar via [www.zoleerjekinderenrekenen.nl](http://www.zoleerjekinderenrekenen.nl)) bevat uitgangspunten, lesvolgorde en concrete aanwijzingen, inclusief een DVD met een voorbeeldles, en vormt een uitstekende aanvulling op elke methode.<sup>5</sup>

## Noten

- 1 Met dank aan drs. Loe van der Leeuw voor het verzamelen van de toetsgegevens, de heer Douwe Sikkes voor het geven van de lessen in vier van de vijf scholen en de heer Berrie van den Bovenkamp voor het geven van het onderwijs aan zijn klas.
- 2 De handleiding van de methodiek 'Zo leer je kinderen rekenen' bevat naast een bespreking van de uitgangspunten en kenmerken van de methodiek ook heldere didactische aanwijzingen voor de opbouw van de les, groepsopstelling, groepsinstructie, instructie voor het gebruik van de bal en een stappenplan.
- 3 Bij de Scholen 1, 2 en 5 werd ook de Tempotoets Hoofdrekenen (de Vos, 1992) afgenomen. Het doel van deze test is om het vaardigheidsniveau van het hoofdrekenen tot 100 te bepalen. De test bestaat uit 200 sommen in oplopende moeilijkheidsgraad. De leerling krijgt vijf minuten om zoveel mogelijk sommen te maken. Omdat de Tempotoetsen 'Hoofdrekenen' en 'Rekenen' vergelijkbare rekenvaardigheden meten en de resultaten identiek aan elkaar waren, is besloten om alleen de bevindingen van de Tempotoets Rekenen te beschrijven.
- 4 Het lijkt erop dat de relatie tussen intelligentie en rekenvaardigheden zeer beperkt is (Passolunghi, Mammarella, & Altoè, 2010). Dat betekent dat ook de minder intelligente kinderen tenminste de basisvaardigheden van het rekenen zouden moeten kunnen verwerven. Het zelfde werd al eerder geconcludeerd ten aanzien van de relatie tussen intelligentie en technisch lezen en spellen (Vellutino, Scanlon, & Lyon, 2000).
- 5 De rekenmethode 'Reken Zeker' van Noordhoff Uitgevers is voor een belangrijk deel gebaseerd op de uitgangspunten van de methodiek 'Zo leer je kinderen rekenen'.

## Geraadpleegde literatuur

- Bodovski, K. & Farkas, G. (2007). Mathematics growth in early elementary school: The role of beginning knowledge, student engagement, and instruction. *The Elementary School Journal*, 108, 115-130.
- Bosman, A.M.T. (2007). Zo leer je kinderen lezen en spellen. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 46, 451-465.
- Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 455-467). Hove, UK: Psychology Press.
- Desoete, A. (2003). Wat is dyscalculie? Hoe herken je het in het reguliere onderwijs. *Tijdschrift voor Remedial Teaching*, 26(4), 10-15
- Evers, A. & Resing, W. (2007). Het drijfzand van didactische leeftijdsequivalenten. *De Psycholoog*, 466-472.
- Hattie, J. (2008). Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement.
- Leenders, Y., Naafs, F., & van den Oord, I. (2002). *Effectieve instructie. Leren lesgeven met het activerende directe instructiemodel*. Amersfoort: CPS.
- Leeuw, L. van der & Bosman A.M.T (2011). Zo leer je kinderen rekenen. Verslag van een praktijkonderzoek. *Orthopedagogiek: Onderzoek en Praktijk*, 50, 32-41.
- Luit, J.E.H. (2010). *Dyscalculie, een stoornis die telt*. Inaugurele rede, Universiteit Utrecht.
- Magliaro, S.G., Lockee, B.B., & Burton, J.K. (2005). Direct instruction revisited: A Key model for instructional technology. *Educational Technology Research and Development*, 53(4), 41-55
- Melis, G., Oosterveld, P. & Schokker, J. (2012a). *Het verantwoord gebruik van didactische leeftijdsequivalenten. Aanvulling*. Amsterdam: Boom Uitgevers.
- Melis, G., Oosterveld, P., & Schokker, J. (2012b). De kritiek op DLE's weerlegd. Verkregen op 18 mei 2015 van <http://wij-leren.nl/DLE-uitleg.php>
- Oud, J.H.L. & Mommers, M.J.C. (1990). De valkuil van het didactisch leeftijdsequivalent. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 29, 445-459.
- Passolunghi, M.C., Mammarella, I.C., & Altoè, G. (2010). Cognitive abilities as precursors of the early acquisition of mathematical skills during first through second grades. *Developmental Neuropsychology*, 33, 229-250.
- Schmeier, M. (2015). *Expliciete directe instructie. Tips en technieken voor een goede les*. Huizen: Pica.
- Sikkes, D. & van der Leeuw, L. (2010). *Zo leer je kinderen rekenen*. [www.zoleerjekinderenrekenen.nl](http://www.zoleerjekinderenrekenen.nl).
- Stanovich, K.E. (1986). Matthew effects in reading: Some consequences of individual differences in the acquisition of literacy. *Reading Research Quarterly*, 21 360-407.
- Vedder, P. & Koster, K. (1983). *Rekenonderwijs in de fout*. Apeldoorn: Van Walraven.

- Veenman, S. (1998). Leraargeleid onderwijs: directe instructie. In J. D. Vermunt & L. Verschaffel (Red.), *Onderwijzen van kennis en vaardigheden. Onderwijskundig Lexicon, Editie III* (pp. 27-47). Alphen aan den Rijn: Samsom.
- Vellutino, F. R., Scanlon, D. M., & Lyon, G. R. (2000). Differentiating between difficult-to-remediate and readily remediated poor readers: More evidence against the IQ-achievement discrepancy definition of reading disability. *Journal of Learning Disabilities, 33*, 223-238.
- Vos, T. de (1987). *Handleiding Tempo Test Rekenen*. Nijmegen: Berkhout B.V.
- Vos, T. de (1992). *DLE-test Hoofdrekenen*. Leeuwarden: Eduforce.
- Vos, T. de (2012). *Geschiedenis van de DLE's*. Verkregen op 18 mei 2015 van <http://testen-en-toetsen.blogspot.nl/2012/04/de-geschiedenis-van-de-dles.html>